

Министерство науки и высшего образования РФ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«СИБИРСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Хакасский технический институт – филиал федерального государственного автономного
образовательного учреждения высшего образования
«СИБИРСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

по дисциплине (модулю) Б1.О.05.02 Математический анализ
(индекс и наименование практики в соответствии с ФГОС ВО и учебным планом)

Направление подготовки 15.03.05 Конструкторско-технологическое обеспечение машино-
строительных производств
(код и наименование направления подготовки)

Направленность

(код и наименование направленности)

1 Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы, описание показателей и критериев оценивания компетенций

Курс	Семестр	Код и содержание компетенции	Результаты обучения (компоненты компетенции)	Оценочные средства
1	1 (зачет)	- способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач (УК-1)	Знать: методы поиска информации	ОС-1, ОС-2, вопросы к зачету
			Уметь: выявлять системные связи и отношения между изучаемыми явлениями, процессами и/или объектами на основе принятой парадигмы	ОС-1, ОС-2, вопросы к зачету
			Владеть: навыками анализа и синтеза информации	ОС-1, ОС-2, вопросы к зачету
1	2 (экзамен)	- способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач (УК-1)	Знать: методы поиска информации	ОС-1, ОС-2, вопросы к экзамену
			Уметь: выявлять системные связи и отношения между изучаемыми явлениями, процессами и/или объектами на основе принятой парадигмы	ОС-1, ОС-2, вопросы к экзамену
			Владеть: навыками анализа и синтеза информации	ОС-1, ОС-2, вопросы к экзамену

2 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки владений, умений. Знаний, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы с описанием шкал оценивания и методическими материалами, определяющими процедуру оценивания

2.1 Оценочные средства для текущего контроля.

Текущий контроль знаний необходим для проверки усвоения учебного материала и его закрепления. Контроль следует проводить на протяжении всего периода изучения дисциплины. Текущий контроль осуществляется на контрольной неделе и на практических занятиях.

Оценочное средство 1 – Контрольная работы (ОС-1).

Примерный перечень контрольных работ по разделам:

Дифференциальное исчисление функции одной переменной.

Вариант № 1

1. Найти предел

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + x^2 - 3x + 1}{x^3 - 1}.$$

2. Для функции

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < -\pi; \\ \sin x, & -\pi \leq x < 0; \\ \pi, & x \geq 0. \end{cases}$$

найти точки разрыва и построить схематический график.

3. Найти производную функции

$$y = \arctg^3 \ln \frac{\sqrt{x}}{x+2}.$$

4. Найти предел, используя правило Лопиталя

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2}{e^x}.$$

Интегральное исчисление функции одной переменной.

Вариант № 1

1. Найти интеграл:

$$\int \frac{x dx}{(5 - 3x^2)^7}.$$

2. Найти интеграл:

$$\int \frac{(2x + 5) dx}{x^3 - x^2 + 2x - 2}.$$

3. Найти интеграл:

$$\int \frac{dx}{1 + \sqrt{2x + 1}}$$

4. Вычислить интеграл:

$$\int_0^{\ln 2} \frac{e^x - 1}{e^x + 1} dx.$$

5. вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x^3$, $y = x^2$, $x = -2$, $x = 1$.

Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных.

Вариант № 1

1. Найти полный дифференциал функции

$$z = \cos^2 \frac{x - y^2}{x^2 - y}.$$

2. Показать, что функция $z = \arcsin(xy)$ удовлетворяет уравнению

$$\frac{x}{y} \cdot \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{y}{x} \cdot \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} - 2 \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} + \frac{2}{y} \cdot \frac{\partial z}{\partial x} = 0.$$

3. Найти уравнение касательной плоскости и нормали к поверхности $x(y + z)(xy - z) + 8 = 0$ в точке $(2; 1; 3)$.

Числовые и функциональные ряды. Гармонический анализ.

Вариант № 1

1. Исследовать ряд на сходимость:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{n}.$$

2. Исследовать ряд на сходимость:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{3^{n+2}}.$$

3. Найти область сходимости ряда:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2-x)^n}{n+1}.$$

4. Вычислить $e^{0,2}$ с точностью до 0,001.

Интегральное исчисление функции нескольких переменных.

Вариант № 1

1. Вычислить тройной интеграл

$$\iiint_V x \, dv,$$

где V – область, ограниченная поверхностями $x = 1$, $y = 0$, $y = 10x$, $z = 0$, $z = xy$.

2. Найти дивергенцию и ротор векторного поля

$$\vec{F} = xy^2 \cdot \vec{i} - yz \cdot \vec{j} + z^2 \cdot \vec{k}.$$

3. Вычислить

$$\int_L (x + y) dl,$$

где L – контур треугольника ABC с вершинами $A(1; -1)$, $B(-3; -1)$, $C(-3; 2)$.

Оценочное средство 2 – Расчетно-графическое задание (ОС-2).

Расчетно-графическое задание выдается в начале семестра и выполняется в течение всего семестра. Основная задача – оценить навыки применения основных законов естественнонаучных дисциплин в типичных ситуациях.

Примерный перечень расчетных заданий по разделам:

Дифференциальное исчисление функции одной переменной.

Вариант № 1

1. Найти предел, разложив на множители числитель и знаменатель

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^4 + 2x + 1}{x^3 - 2x - 1}$$

2. Найти предел, используя метод освобождения от иррациональности

$$\lim_{x \rightarrow 16} \frac{\sqrt[4]{x} - 2}{\sqrt[3]{(\sqrt{x} - 4)^2}}$$

3. Найти предел, используя эквивалентные бесконечно-малые

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin 2x}{1 + \cos(x - 3\pi)}$$

4. Найти предел, используя второй замечательный предел

$$\lim_{x \rightarrow 0} (1 + \ln \cos x)^{\operatorname{ctg}^2 x}$$

5. Найти производную функции, исходя из определения

$$y = \sqrt{x - 3}.$$

6. Найти производную функции:

$$1) y = \frac{2(3x^3 + 4x^2 - x - 2)}{15\sqrt{1+x}};$$

$$2) y = x - \ln\left(2 + e^x + 2\sqrt{e^{2x} + e^x + 1}\right);$$

$$3) y = \sin \sqrt{3} + \frac{\sin^2 3x}{3 \cos 6x}.$$

7. Найти производную функции, используя логарифмическое дифференцирование

$$y = (\operatorname{arctg} x)^{\frac{1}{2} \ln(\operatorname{arctg} x)}$$

8. Найти вторую производную неявной функции

$$y^2 = 8x.$$

9. Найти вторую производную функции, заданной параметрически

$$\begin{cases} x = \cos 2t, \\ y = 2 \sec^2 t \end{cases}$$

10. Найти производную функции указанного порядка

$$y = (2x^2 - 7) \ln(x - 1), \quad y^v = ?$$

11. Составить уравнение нормали и уравнение касательной к данной кривой в точке с абсциссой x_0 :

$$y = \frac{4x - x^2}{4}, \quad x_0 = 2.$$

12. Найти наибольшее и наименьшее значение функции на заданном отрезке

$$y = x^2 + \frac{16}{x} - 16, \quad [1, 4]$$

13. Провести полное исследование функции и построить ее график

$$y = \frac{x^2 - 2x + 2}{x - 1}.$$

Интегральное исчисление функции одной переменной.

Вариант № 1

1. Найти неопределенные интегралы:

1) $\int (4 - 3x) \cdot e^{-3x} dx;$

2) $\int \frac{dx}{x\sqrt{x^2 + 1}};$

3) $\int \frac{x^3 + 1}{x^2 - x} dx;$

4) $\int \frac{x^3 + 4x^2 + 4x + 2}{(x+1)^2(x^2 + x + 1)} dx.$

2. Вычислить определенные интегралы:

1) $\int_{e+1}^{e^2+1} \frac{1 + \ln(x-1)}{x-1} dx;$

2) $\int_0^{16} \sqrt{256 - x^2} dx.$

3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями

$$y = (x-2)^3, \quad y = 4x - 8.$$

4. Вычислить длину дуги кривой, заданной в прямоугольной системе координат

$$y = \ln x, \quad \sqrt{3} \leq x \leq \sqrt{15}$$

5. Вычислить длину дуги кривой, заданной параметрическими уравнениями

$$\begin{cases} x = 5(t - \sin t) \\ y = 5(1 - \cos t) \end{cases}, \quad 0 \leq t \leq \pi.$$

6. Вычислить длину дуги кривой, заданной в полярных координатах

$$r = 3e^{\frac{3\varphi}{4}}, \quad -\frac{\pi}{2} \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}.$$

7. Вычислить объемы тел, образованных вращением фигур, ограниченных графиками функций, вокруг оси Ox :

$$y = -x^2 + 5x - 6, \quad y = 0.$$

Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных.

Вариант № 1

1. Найти частные производные функций и вычислить их значения в указанных точках:

$$z = \operatorname{arctg} \frac{x+y}{1-xy} \quad \text{в точке} \quad M(1; 2);$$

2. Найти полный дифференциал функции

$$u = 2x^{yz}.$$

3. Найти уравнение касательной плоскости и нормали к поверхности $x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 6y - 8z - 1 = 0$ в точке $M(1; 2; 2)$.

Числовые и функциональные ряды. Гармонический анализ.

Вариант № 1

1. Найти сумму ряда:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{6}{9n^2 + 12n - 5}.$$

2. Исследовать на сходимость и абсолютную сходимость знакочередующийся ряд:

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{2n+1}{n(n+1)}.$$

3. Найти область сходимости функционального ряда:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{9^n}{n} x^{2n} \sin(x + \pi n).$$

4. Вычислить интеграл с точностью до 0,001:

$$\int_0^{0.1} e^{-6x^2} dx.$$

5. Разложить функцию в ряд Фурье в указанном интервале:

$$f(x) = 10 - x, \quad 0 < x < 5.$$

Интегральное исчисление функции нескольких переменных.

Вариант № 1

1. Вычислить двойной интеграл по области D , ограниченной указанными линиями:

$$\iint_D (12x^2y^2 + 16x^3y^3) dx dy;$$

$$D: x=1, y=x^2, y=-\sqrt{x}.$$

2. Вычислить:

$$\iiint_V x dx dy dz; \quad V: y=10x, y=0, x=1, z=xy, z=0.$$

3. Найти площадь фигуры, ограниченной данными линиями:

$$y = \frac{3}{x}, y = 4e^x, y = 3, y = 4.$$

4. Пластинка D задана неравенствами, μ – поверхностная плотность. Найти массу пластинки.

$$D: x^2 + \frac{y^2}{4} \leq 1; \quad \mu = y^2.$$

5. Найти объем тела, заданного ограничивающими его поверхностями:

$$y = 16\sqrt{2x}, y = \sqrt{2x}, z = 0, x + z = 2.$$

Критерии оценивания:

- «ЗАЧТЕНО» выставляется обучающемуся, если он выполнил 80 % задания.
- «НЕ ЗАЧТЕНО» выставляется обучающемуся, если он выполнил менее 80 % задания.

В случае выполнения задания на оценку «не зачтено», оно возвращается обучающемуся на доработку.

2. ВОПРОСЫ К ЗАЧЕТУ И ЭКЗАМЕНУ

1 семестр:

1. Операции над множествами.
2. Понятие функции, способы задания.
3. Элементарные функции, свойства, графики.
4. Простейшие преобразования графиков.
5. Определение числовой последовательности. Виды числовых последовательностей.
6. Предел последовательности.
7. Предел функции.
8. Свойства пределов.
9. Свойства бесконечно малых и больших величин.
10. Первый замечательный предел.
11. Второй замечательный предел.
12. Бесконечно малые функции. Эквивалентные бесконечно малые функции.

13. Непрерывные функции. Классификация точек разрыва.
14. Свойства функций, непрерывных на отрезке.
15. Определение производной, геометрический и механический смысл.
16. Правила вычисления производных.
17. Производные основных элементарных функций.
18. Производная неявной функции.
19. Логарифмическое дифференцирование.
20. Производная параметрически заданной функции.
21. Дифференциал функции. Геометрический смысл дифференциала. применение дифференциала к приближенным вычислениям.
22. Производные высших порядков.
23. Теорема Лопиталю.
24. Исследование функции с помощью производной (возрастание и убывание функции, необходимое и достаточное условия существования экстремума функции).
25. Исследование функции на экстремум с помощью второй производной.
26. Наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке.
27. Выпуклость, вогнутость кривой, точки перегиба (исследование с помощью второй производной).
28. Асимптоты графика функции.
29. Первообразная и неопределенный интеграл.
30. Свойства и неопределенного интеграла.
31. Таблица основных интегралов.
32. Внесение функции под знак дифференциала.
33. Замена переменной в неопределенном интеграле.
34. Интегрирование по частям в неопределенном интеграле.
35. Интегрирование рациональных дробей.
36. Основная тригонометрическая подстановка.
37. Интегрирование иррациональностей с помощью тригонометрических подстановок.
38. Определенный интеграл, основные свойства определенного интеграла.
39. Правила вычисления определенного интеграла, теорема Ньютона - Лейбница.
40. Интегрирование по частям в определенном интеграле.
41. Замена переменной в определенном интеграле.
42. Несобственные интегралы.
43. Вычисление площади плоской фигуры.
44. Вычисление длины дуги плоской кривой.
45. Вычисление объема тела.
46. Вычисление площади поверхности вращения.
47. Статические моменты и моменты инерции плоских дуг и фигур.

2 семестр:

1. Определение двойного интеграла
2. Геометрический смысл двойного интеграла, его свойства
3. Вычисление двойного интеграла в прямоугольной системе координат
4. Двойной интеграл в полярной системе координат
5. Приложения двойного интеграла к решению задач вычисления объема тела, площади фигуры
6. Приложения двойного интеграла к решению задач вычисления массы, координат центра тяжести, моментов инерции пластинки
7. Тройной интеграл и его свойства
8. Тройной интеграл в цилиндрических координатах
9. Тройной интеграл в сферических координатах
10. Приложения тройного интеграла к решению задач вычисления объема, массы, координат центра тяжести, моментов инерции тела
11. Криволинейный интеграл 1 рода, его свойства и вычисление
12. Криволинейный интеграл 2 рода, его свойства и вычисление
13. Формула Остроградского-Грина
14. Условия независимости криволинейного интеграла от пути интегрирования
15. Интегрирование полных дифференциалов
16. Приложения криволинейных интегралов к решению задач вычисления площади фигуры, работы силы
17. Поверхностный интеграл 1 рода и его свойства
18. Поверхностный интеграл 2 рода и его свойства
19. Формула Остроградского
20. Формула Стокса
21. Производная по направлению.
22. Градиент скалярного поля.
23. Поток векторного поля.
24. Дивергенция векторного поля.
25. Циркуляция векторного поля.

26. Ротор векторного поля.
27. Определение сходимости числового ряда и его суммы.
28. Необходимый признак сходимости числового ряда.
29. Обобщенный гармонический ряд.
30. Предельный признак сравнения числовых рядов.
31. Признак Даламбера.
32. Радикальный признак Коши.
33. Признак Лейбница.

Варианты экзаменационного билета:

2 семестр

1. Уравнения с разделяющимися переменными.
2. Определение двойного интеграла.
3. $4x dx - 3y dy = 3x^2 y dy - 2x y^2 dx$
4. Вычислить двойной интеграл по области D , ограниченной указанными линиями:

$$\iint_D (12x^2 y^2 + 16x^3 y^3) dx dy;$$

$$D: x=1, y=x^2, y=-\sqrt{x}.$$

3. ПРОЦЕДУРА ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

Сдача экзамена производится в период экзаменационной сессии. Ведущим преподавателем может быть проведена промежуточная аттестация студента по результатам обучения без дополнительной сдачи экзамена по вопросам.

Оценочные средства для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья выбираются с учетом их индивидуальных психофизических возможностей (подбираются индивидуально в зависимости от возможностей здоровья студента):

Категории студентов	Виды оценочных средств	Форма контроля и оценки результатов обучения
С нарушением слуха	Комплект контрольных работ, комплект расчетно-графических заданий, вопросы к экзамену	Преимущественно письменная проверка
С нарушением зрения	Комплект контрольных работ, комплект расчетно-графических заданий, вопросы к экзамену	Преимущественно устная проверка (индивидуально)
С нарушением опорно-двигательного аппарата	Комплект контрольных работ, комплект расчетно-графических заданий, вопросы к экзамену	Письменная проверка

Разработчик:

_____ / Г. С. Сулейманова